

媒介分析・マルチレベル媒介分析

村山航*

平成 21 年 12 月 23 日

媒介分析 (mediation analysis) は心理学の領域で多用される分析の方法である。Figure 1 にあるように、ある独立変数 X と結果変数 Y との間を、媒介変数 M (mediator) が介在しているようなモデル (こうしたモデルを媒介モデル mediation model と呼ぶ) を検討する分析のことである。ある原因と結果があったとき、その心理的プロセスを検討するのに有効な手法である。こうしたモデルの分析は、古くより行われていたと思われるが、Baron and Kenny (1986) が回帰分析の枠組みからこの分析方法を定式化したのをきっかけに、社会心理学やパーソナリティ心理学では爆発的に普及することになった¹。

ここでは、最初に媒介分析の基本的な方法について簡単にまとめ、さらにその発展として、近年注目を浴びている 1) mediated moderation (もしくは moderated mediation) モデル、そして 2) マルチレベル媒介モデル (multilevel mediation model) の方法について、近年の分析方法の進展を踏まえた解説を行う。

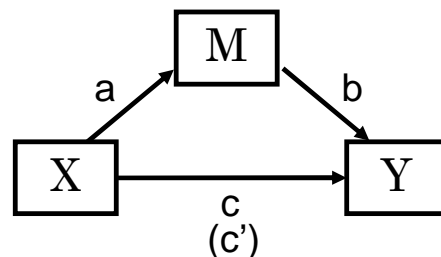


図 1: 媒介モデルの概念図

1 媒介モデル

1.1 基本的な枠組み

Baron and Kenny (1986) が示唆した方法 (また、後の研究で数多く用いられている方法) は、次のようなステップを踏むものである。なお、以下では、母集団での値と推定値を区別しないで記述していくが、厳密には区別する必要がある。また、 a 、 b 、 c の値が基本的に正の場合、もしくは c が負で、 a と b のどちらかが正 (負) の場合を考える。それ以外の場合、符号の組み合わせによっては、suppressor variable model として興味深い解釈が可能であるが、それはここでは触れない²。

*ミュンヘン大学, e-mail: murakou@orion.ocn.ne.jp. 覚え書きなので、間違いもあるかもしれません。そのときはご連絡ください。

¹実際、Baron and Kenny (1986) の被引用数は、2009 年 12 月の時点で 10000 を超えている。

²たとえば Maassen & Bakker (2001) などを参照のこと。

まず、独立変数 (X) と結果変数 (Y) との関係を調べるために、次の回帰分析を実行する。

$$Y = \text{intercept} + c'X + e \quad (1)$$

e は誤差である。すると、回帰係数 c' は、独立変数が結果変数に与える効果となる。まず、この式で c' が有意であることを確認する。第二段階として、次の回帰モデルを調べる。

$$M = \text{intercept} + aX + e \quad (2)$$

a は、図からも分かるように、独立変数が媒介変数に与える影響である。ここも有意であることを確認する。最後のステップとして、次のモデルを調べる。

$$Y = \text{intercept} + cX + bM + e \quad (3)$$

つまり、式 (1) に、媒介変数を追加して投入する。 X の効果は、これにより c' から変化するので、その値を c と表現している。 c は媒介変数を統制したときの独立変数の効果である。この式 (3) で、 b も有意であったなら、媒介モデルがほぼ成立したことになるが、一般的にはさらに、 X が M を介して Y に与える間接効果 (indirect effect)、つまり $a \times b$ が有意であるかどうかを検定し (検定の方法は後述)、これが有意ならば媒介効果が成立したと考える。

さて、ここで注意すべきことがいくつかある。1 つは、 c' から c への回帰係数の変化である。媒介効果とは、 X から Y への効果が、媒介変数 M によって説明されるということである。したがって、 X から Y への効果であった c' は、媒介変数 M を投入することで、一般的に絶対値が減少する。この値の減少量 $c' - c$ と、先ほどの間接効果は数学的に値が等しくなる (欠損値がない場合)。つまり、

$$c' - c = a \times b \quad (4)$$

が常に成立する。もともとの全体的な効果 c' が、媒介変数 M によってその効果を減少させられたと考えれば、納得できる式である。

ここで媒介変数投入後の c が有意でない場合、図 1 をみると分かるように、 X から Y の直接のパスがなくなるので、 X から Y の関係は媒介変数 M によって完全に説明されたことになる。したがって、これを完全媒介モデル (complete mediation model) と呼ぶことがある。しかし、特に社会科学の領域では、独立変数と結果変数との関係が、媒介変数によって完全に説明されることは稀であるし、むしろそんなことがあるのは、独立変数もしくは結果変数と媒介変数が非常に似ているような、モデルとしての意味をなしていない場合が多い。したがって、媒介モデルにおいて、 c が有意であってもそれは特に問題があるわけではない。このようなときの媒介モデルを、部分媒介モデル (partial mediation model) と呼ぶ。もともと Kenny は、Judd & Kenny (1981) で完全媒介モデルだけを媒介モデルとしたが、Baron & Kenny (1986) では、部分媒介モデルも媒介モデルとしては認めるようになった。

1.2 間接効果 (媒介効果) の検定

上に書いたように、媒介変数がうまく X と Y との関係を説明しているかを調べるためには、間接効果 (もしくは媒介効果, mediation effect) を統計的に検定することが必要になってくる。間接効果を検定するための方法がいくつか提唱されているので、ここで紹介する。詳しくは MacKinnon, Lockwood, Hoffman, West, and Sheets (2002) や MacKinnon (2008) などを参照するとよい。

1.2.1 標準誤差を算出して検定する方法

1 つめは単純に $a \times b$ の標準誤差 σ_{ab} を算出して検定をする方法である。帰無仮説のもとで、

$$z = \frac{a \times b}{\sigma_{ab}} \quad (5)$$

が標準正規分布にしたがうと考え、その値の絶対値がたとえば 1.96 より大きければ、5% 水準で有意と考える。この標準誤差を求めるために、いくつかの式が提案されており、MacKinnon et al. (2002) にはその一覧表が載っている。ここではそのうち、最も有名な Sobel's test と、その変形である Aroian (1944) の方法について述べる。なお、間接効果 $a \times b$ は、式 (4) から分かるように、 $c' - c$ と等価であるので、 $a \times b$ ではなく、 $c' - c$ の標準誤差を求めて検定する方法も存在するが (Clogg et al., 1992 など)、媒介モデルの文脈ではあまり使われていないのでここでは触れない。標準誤差を用いた方法は、簡便ではあるが、あとで述べるように正確ではなく、検定力も低いので、あまりお勧めはできない。

Sobel's test Sobel (1982) に基づいており、雑誌論文ではもっとも多く使われている方法であると思われる。具体的には、係数 $a \times b$ の標準誤差を

$$\sigma_{ab} = \sqrt{a^2 \sigma_b^2 + b^2 \sigma_a^2} \quad (6)$$

として計算する。 σ_a, σ_b はともに a と b の標準誤差である。この公式は、いわゆるデルタ法 (delta method) によって求められた標準誤差である。デルタ法とは、確率変数の関数の分散を求めるための一般的方法であり、たとえば、確率変数が単変量 X のとき、その関数 $f(X)$ の分散は

$$\text{Var}(f(X)) = \left(\frac{\partial f(X)}{\partial X} \right)^2 \times (\text{Var}(X)) \quad (7)$$

である。多変量確率変数ベクトル X の場合、その確率変数 $f(X)$ の分散は、

$$\text{Var}(f(X)) = d' V d \quad (8)$$

となる。ただし V は X の分散共分散行列であり、 $f(X)$ を X のそれぞれの要素で偏微分したベクトルが d である。たとえば Mplus の model constraint オプションでパラメタの関数を推定させると、標準誤差も出力されるが、これもデルタ法に基づいている。

間接効果を算出する場合、 $f(a, b) = a \times b$ を a で偏微分すると b 、 b で偏微分すると a になるため、 $d = (b, a)'$ である。また、 X の分散共分散行列は

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_b^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

であるため、式 (6) を得ることができる (式 (8) に代入して確認して欲しい)。ここで 1 つ注意しなくてはならないのは、分散共分散行列の対角要素が 0 になっている点である。つまり、係数 a と係数 b の共分散は 0 となっている。実際、媒介変数が 1 個のときにはこの仮定が成立することが知られている (MacKinnon et al., 1995)。

Aroian (1944)'s test デルタ法は 1 次のテーラー展開に基づいた近似方法であるが、2 次のテーラー展開に基づいて標準誤差を近似したのが Aroian (1944) の方法である。具体的には、 $a \times b$ の標準誤差を以下のように算出する。

$$\sigma_{ab} = \sqrt{a^2 \sigma_b^2 + b^2 \sigma_a^2 + \sigma_a^2 \sigma_b^2} \quad (10)$$

最後の項だけが Sobel's test と違う。実際、この項は一般的に小さいので、結果は Sobel's test を使ったときとほとんど変わらない(はず)。

1.2.2 Distribution of a product method

PRODCLIN を用いた方法 これまで紹介した標準誤差を用いる方法の最大の欠点は、係数の積が正規分布にしたがうと仮定して検定を行っている点である(なので、1.96 を critical value にしている)。しかし、一般に正規分布にしたがう確率変数の積は、正規分布にはならず、もっと歪んだ形になる。そこで、標準誤差を用いて検定するのではなく、確率変数の積の信頼区間 (confidence interval) を求め³、その 95% 信頼区間が 0 を含むかどうかで、間接効果が有意かどうかを判断する方法がより望ましい。

こうした方法として思いつくのは、正規分布にしたがう確率変数の積の分布(媒介モデルの文脈では、 $a \times b$ の分布)を解析的に求めて、その信頼区間を求めることだろう。これを Distribution of a product method と呼ぶ。たとえば Springer & Thompson (1966) は、正規分布にしたがう確率変数の積の分布を表にしているので、それを用いることができる。しかし、この Table は区切りが粗く、実際には使用しにくい。そこで、MacKinnon, Fritz, Williams, & Lockwood (2007) は、この解析的に求めた信頼区間を、自動的に計算するソフトウェア PRODCLIN (distribution of the PROduct Confidence Limits for INdirect effects) を提供している。<http://www.public.asu.edu/~davidpm/ripl/Prodclin/> でダウンロード可能である(フリー)。このソフトでは、 a, b, σ_a, σ_b を入力するだけで信頼区間を算出してくれる非常に便利なソフトである。つまり、それぞれの係数の値とその標準誤差を入力するだけで間接効果の信頼区間を返してくれる。なお、上記のパラメタに加えて、 a と b の相関も求められるが、これは上で議論をしたように、一般的には 0 であるので、0 を代入すればよい(間違っ^て X と M の相関などを投入しないこと)。

その他の方法 回帰係数は厳密には正規分布ではなく、 t 分布に基づいている。したがって、自由度が少ないときには上の方法は不正確になる可能性もある。そこで、シミュレーションを用いて、2 つの t 分布の積の分布を経験的に求め、その critical value を Table にしたものが MacKinnon の Website に掲載されている⁴。これは MacKinnon et al. (2004) の論文では、Empirical-M method と呼んでいる。

また、同じように、2 つの正規分布の積の分布を、シミュレーションで求め、その critical value を Table にしたものがやはり MacKinnon の Website に掲載されている⁵。しかし、こちらは解析的な方法が使えるようになった以上、現在としては利用価値が低いと思われる。ただし、この方法を使うと、私自身の経験上かなり高い検出力で間接効果が有意になりやすくなる。

1.2.3 Bootstrapping method

確率変数の積の分布を近似的に求める方法として有効なもう 1 つの方法はシミュレーションを用いて、近似的に信頼区間を求める方法である。もっとも単純な方法としては、それぞれの回帰係数 a と b の分布から正規分布(平均は回帰係数の推定値、標準偏差は回帰係数の標準誤差)にし

³信頼区間なら歪んだ分布も考慮されているため。

⁴<http://www.public.asu.edu/~davidpm/ripl/mediate.htm>

⁵<http://www.public.asu.edu/~davidpm/ripl/freqdist.pdf>

たがう乱数を発生させ、その積を求めるということを繰り返し、積の分布を求めることが考えられる（これは本質的には上に述べた方法と同じであるが、こちらが自前でシミュレートを行う点だけが違う）。得られた積の分布から 95% 信頼区間を求め⁶、それが 0 を含んでいなければ間接効果は有意だと考えることができる。こうした方法を nonparametric bootstrapping と呼ぶ。これは SAS や R で簡単にプログラムを書くことができる。

より正確な方法としては、 N 個のデータがあったならば、そこから“ N 個のデータを抽出して係数 a と b を求め、その積 $a \times b$ を算出する”ということを繰り返して、 $a \times b$ の経験的な分布を求めるということも考えられる⁷。これを parametric bootstrapping と呼ぶ (Efron & Tibshirani, 1993)。経験的な分布の求め方にはいくつかのバリエーションがあるが、もっとも素朴なのはブートストラップ標本から得られた $a \times b$ の分布をそのまま $a \times b$ の分布と考え、95% 信頼区間を求める方法である。これをパーセンタイル法と呼ぶ。一方、bootstrap 法によって推定値のバイアスをまず求め、そのバイアスを除去した上で $a \times b$ の分布を求める方法もある（詳しくは Efron & Tibshirani, 1993 などを参照のこと）。これを bias-corrected bootstrapping method と呼ぶ。

MacKinnon et al. (2004) は、シミュレーションを行って、bootstrapping method の比較を行い、この bias-corrected bootstrap が媒介モデルの文脈ではもっとも精度が高いことを示している。また、その精度も distribution of a product method を使った場合とほぼ同じであった。しかし、parametric bootstrapping 法は、手軽に使えるソフトウェアが限られているという欠点がある。実際、これらを実装しているのは、AMOS, EQS, Mplus など SEM のソフトウェアくらいである⁸。distribution of a product method 法と bias-corrected bootstrapping 法とのパフォーマンスはほぼ同じだったということと、PRODCLIN という手軽に使えるソフトウェアがある以上、bootstrapping 法を積極的に用いる理由はそれほど多くない。しかし、2 つの媒介変数を媒介するモデル ($X - M_1 - M_2 - Y$ のようなモデル) や、後述するマルチレベル媒介モデルなど複雑なモデルを扱う場合には、bootstrapping 法が大いに活躍する。

1.3 媒介モデルの注意点

1.3.1 共分散構造分析 (SEM) を用いた方法との違い

共分散構造分析 (structural equation modeling; SEM) でも媒介モデルを検討できる。Baron and Kenny (1986) の方法と違い、Figure 1 をそのまま推定するので、 c' を知ることができないというデメリットはあるが、あとは間接効果の算出方法もほぼ同じである（上に書いたように、bootstrapping 法は SEM のソフトウェアで扱えることが多いので、これを用いることができる）。欠損値がなければ、Baron and Kenny (1986) の方法と、SEM を用いた方法はまったく同じ推定値を与える⁹。

Figure 1 のモデルは飽和モデルなので、適合度はいつも完全であり、見ることに意味はない。しかし、たとえば X から Y への直接のパスを削除して、その適合がどの程度悪くなるかを見ることによって、完全媒介モデルか、部分媒介モデルかを検討することができる。

SEM を用いたときの 1 つのメリットは、欠損値があるときにも、完全情報最尤推定 (full information maximum likelihood method) で、サンプルにある情報を最大限生かした推定をしてくれ

⁶得られた積の値の 2.5 パーセンタイル値と 97.5 パーセンタイル値を求めればよい。

⁷ N 個のデータから N 個のデータを抽出するという変に聞こえるが、ここでは重複を許して抽出している点に注意。したがって、得られた 1 つのサンプルには、基本的に値に重なりがある。

⁸SEM で Figure 1 のパス図を推定し、その間接効果をそれぞれのソフトウェアのオプションで bootstrapping 法によって求めればよい。

⁹検定統計量は通常の回帰分析と SEM では少し違うので（前者は一般的に t 分布、後者は一般的に z 分布を用いる、検定結果はほんの少しだけ違うかもしれない）。

ることだろう。欠損値が多い場合には、Baron and Kenny (1986) のステップを踏むより、SEM のソフトウェアを用いて、サンプルにあるデータの情報を最大限生かす方法が適切かと思われる。また、SEM を用いると、複数の媒介変数 (multiple mediator model) があるような場合も簡単に係数の推定や間接効果の検定ができるのもメリットであると思われる。

1.3.2 媒介モデルの成立条件

間接効果 $a \times b$ は、 a や b が有意でなくても、統計的に有意になることもありえる。また、そもそも第一ステップで c' が有意でなくても、間接効果が有意になることもある。こうしたとき、媒介モデルは成立していると言えるだろうか。MacKinnon et al. (2002) にしたがえば、この場合も媒介モデルを主張してもよいことになる。一方、Baron and Kenny (1986) では、 a と b 、また c' が有意であることが (暗黙の) 前提となっている。このように、研究者によって意見の相違があるが、一般的に、雑誌論文に掲載されている媒介モデルでは、Baron and Kenny (1986) の立場に立て、 a 、 b 、 c' が有意であることを前提とすることが多い。

1.3.3 間接効果の帰無仮説

間接効果の帰無仮説は

$$H_0 : a \times b = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : a \times b \neq 0 \quad (11)$$

である。言い換えれば

$$H_0 : a = 0 \quad \text{OR} \quad b = 0 \quad (12)$$

である。一般的に間接効果の値 $a \times b$ の値は非常に小さくなりやすい (標準化解の場合、小数同士を掛け合わせるため)。しかし、両方の係数が統計的に有意であれば、 $a = 0$ である可能性も $b = 0$ である可能性も小さいということを意味するため、間接効果も有意になることが多い。逆にいうと、間接効果は、その値自体は非常に小さいのに統計的には有意になることがよくある。

2 Moderated mediation model

2.1 mediation と moderation

mediation とはこれまで述べたように、 X と Y の関係が媒介変数 M によって媒介されることであった。一方、moderation と呼ばれる言葉もある。これは、 X と Y の関係が調整変数 Z (moderator, moderator variable) によって、変化することを意味する。つまり、 X と Z との間に交互作用があるような場合である (Baron and Kenny, 1986)。これは具体的に次の式を検討することで検定できる。

$$Y = \text{intercept} + c'_X X + c'_Z Z + c'_{XZ} XZ + e \quad (13)$$

つまり、 X と Z とを掛け合わせた項を投入すればよい¹⁰。このとき、 X と Z をセンタリング（平均値を引く）すると、 XZ と X や Z との相関が低くなり、多重共線性の影響を受けにくくなる（Cronbach, 1987）。この式は

$$Y = intercept + (c'_X + c_{XZ}Z)X + c'_Z Z + e \quad (14)$$

と書き直すことができる。この式のカッコ部分から、 X のパス係数（カッコの中の部分）が、 Z の値にも影響を受けていることが分かるだろう。

2.2 moderated mediation model の検討方法

この2つを組み合わせたものとして、moderated mediation と呼ばれるモデルがある。これは、Figure 1 のような媒介モデルの係数 a, b, c の値が、調整変数 Z によって変化するようなモデルのことである。たとえば、あるパーソナリティ変数 Z が高い人には a や b の値が大きく媒介モデルが成立するが、 Z が低い人には a や b の値が小さく、媒介モデルが成立しないような場合、moderated mediation だと考えることができる。このことをもっとも直感的にする方法は、 Z の値の高低によって被験者を分割し、Figure 1 の係数の値がどうかを検査することである（SEM の多母集団分析を用いてもよい）。しかし、 Z が連続量の場合、情報量の損失が生じることになる。そこで、連続量をそのまま扱う mediated moderation の枠組みが Muller, Judd, and Yzerbyt (2005) や、Edwards and Lambert (2007) によって提唱されている。どちらも基本的なところは同じことを主張しているので、そのエッセンスを簡単にここでは紹介する。

moderated mediation model の基本的な概念図は Figure 2 である。このままだと複雑になりすぎるので、仮説などに応じて、適当な moderation effect は落としてもよい。 Z の値によって、それぞれのパス係数の値が変化するようなモデルになっている点がポイントである。なお、mediated moderation は、より正確には媒介効果のみが調整変数の効果を受けているモデルなので、 c_{XZ} の交互作用効果のみが検出された場合には、そのように呼ばない。したがって、Edwards and Lambert (2007) は、Figure 2 の検討を、moderated path analysis と呼んでいる。

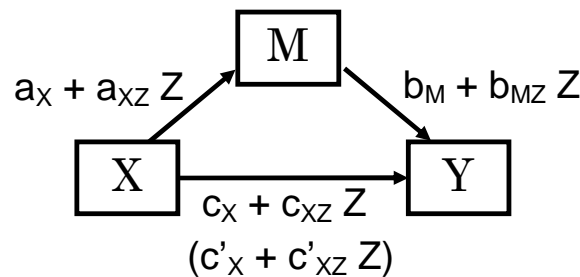


図 2: moderated mediation model の概念図

このモデルを検討するためには、まず、媒介変数 M を予測する式として、

$$M = intercept + a_X X + a_Z Z + a_{XZ} XZ + e \quad (15)$$

¹⁰ Z の主効果を投入することを忘れないこと。そうでないと、交互作用項が X のスケールリングなどに影響を受けるようになってしまう。

を検討する。式 (2) と比較して欲しい。ここでたとえば a_{XZ} が有意なら X から M の (媒介) 効果は Z によって調整されていることになる。そして、 Y を予測する式として

$$Y = intercept + c_X X + c_{XZ} XZ + b_M M + b_{MZ} MZ + d_Z Z + e \quad (16)$$

を立てる。やはり式 (3) との違いに着目して欲しい。媒介変数からの効果、独立変数からの効果の両方に、 Z が調整効果を持っていることが仮定されている。

基本的には、以上の式を通常の回帰分析で実行し、回帰係数を統計的に検定すればよいだけである。問題は、間接効果をどのように検定するかであるが、交互作用が有意であるならば、たとえば moderator の値に 平均 +1SD の値と -1SD の値を代入して、それぞれの間接効果を検討することになる。このとき、moderator の効果を入れた回帰係数の標準誤差などは算出しにくいので、bootstrap 法が推奨されている。Edwards and Lambert (2007) にはこれを実施するための SPSS マクロも載っている。

2.3 mediated moderation とは?

mediated moderation は比較的分かりやすい概念だが、それと似たようなものとして、mediated moderation というものがある。mediated moderation は、独立変数と結果変数との間の関係が、調整変数 Z によって調整されているとき、その調整効果が何らかの変数によって媒介されていると考えているモデルである。mediated moderation の細かい定義は、Muller et al. (2005) と Edwards and Lambert (2007) で異なるが、重要な点は、mediated moderation は、基本的に moderated path analysis (Figure 2) のサブモデルである点である。moderation が何らかの変数によって媒介されているというのが、mediated moderation の定義なので、このことは、Figure ?? において、 a_{XZ} が有意であることにほかならない。したがって、Figure ?? の統合的なパス図 (moderated path model) が頭に入ってさえ入れれば、moderated mediation や mediated moderation の細かい用語の定義は、実際的にはあまり詳細に考えすぎる必要はない。

3 マルチレベル媒介モデル

たとえば先生の教授スタイルが、生徒の何らかの心理プロセスを通してテストの成績に影響を与えているとする。すると、先生の教授スタイルはクラスレベルの変数であり、生徒の心理プロセスやテスト成績は生徒レベルの変数である。このような媒介モデルは、異なるレベルの変数が作用しあっていると仮定しているので注意が必要である。こうした媒介モデルはマルチレベル媒介モデル (multilevel mediation model, multilevel mediation analysis) と呼ばれ、通常階層線形モデル (Hierarchical linear model; HLM) や、マルチレベル共分散構造分析 (multilevel structural equation modeling; ML-SEM) といったマルチレベル分析によって扱うこととなる。

マルチレベル媒介モデルの検討方法を最初に提唱したのは Krull and MacKinnon (1999, 2001) であり、そのあとも、いくつかの方法が提唱されていた (e.g., Bauer, Preacher, & Gil, 2006; Kenny, Bolger, & Korchmaros, 2003)。しかしながら、これらの方法は、次に述べるように、概念上の潜在的な問題点を抱えていた。その問題点を明確に指摘し、マルチレベル媒介モデルの統合的な分析方法を提唱したのが Preacher であり¹¹、HLM で分析をする方法 (Zhang, Zyphur, & Preacher, 2009)、ML-SEM で分析する方法 (Preacher, Zhphur, & Zhang, in press) の両方を具体的に示している。以下ではそれらについて説明したい。

¹¹あくまで私の主観であるが、個人的には、彼らの論文で、基本的な問題点は解決されたと感じている。

3.1 マルチレベル媒介モデルの種類

マルチレベル媒介モデルでは、独立変数、媒介変数、そして結果変数のすべてがレベル 1、もしくはレベル 2 になることが考えられる。たとえばすべての変数がレベル 1 で測定されている場合、媒介モデルは 1-1-1 モデルと呼ばれることがある。最初の変数だけがレベル 2 で測定されている場合、2-1-1 モデルと呼ばれることがある。このように、扱う変数の性質の組み合わせによって、 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通りのモデルが考えられる。ただし、1-1-2 モデルなど、後ろの方に上位の変数があるモデルを想定することは、実際上はあまり多くない（しかし分析は可能である）。

3.2 概念的なポイント

Krull and MacKinnon (1999, 2001) がマルチレベル媒介分析を提唱したとき、たとえば 2-1-1 モデルは、レベル 2 の独立変数が、レベル 1 の媒介変数に影響を与え、それがレベル 1 の結果変数に影響を与えると考えられていた。しかしよく考えてみるとこれは不思議である。なぜなら、レベル 2 の変数は、基本的にレベル 1 の分散を説明できないからである (Kreft & De Leeuw, 1998)。マルチレベル媒介モデルで、レベル 2 の変数の効果がレベル 1 の分散に伝播していくというのは、パスモデルを想像すると考えたくなるが、概念的な誤解である。これが Preacher らの基本的な主張である。ただし、ここで注意して欲しいのは、レベル 2 の変数がレベル 1 で測定された得点に影響を与えていないわけではないという点である。たとえば、教師の授業スタイルというレベル 2 の変数が、生徒の動機づけに影響を与える場合を考えよう。このとき、あるスタイルをとった先生の生徒は動機づけがあがり、別のスタイルをとった先生の生徒は動機づけが低下するようなことが考えられるだろう。このとき、まぎれもなくレベル 2 の変数である授業スタイルはレベル 1 で測定されている生徒の動機づけ得点に影響を与えている。しかし、教師のスタイルの効果はそのクラスすべての生徒に共通と仮定されるので（少なくともモデル上はそのように仮定される）、教師スタイルの効果は、動機づけ得点のクラス間分散には影響を与えるが、クラス内分散には影響を与られないのである。これが、“レベル 2 の変数は、レベル 1 の分散を説明できない” ということの意味である。“レベル 1 で測定された個々の得点”（これはレベル 2 の変数の影響を受ける）と、“レベル 1 の分散（上の例だとクラス内分散）”（これはレベル 2 の変数の効果を受けない）の違いをしっかりと区別して理解する必要がある。

さて、そうすると、マルチレベル媒介モデルはどのように理解できるのか。レベル 2 の変数は、レベル 1 の分散に影響を与えないので、たとえば 2-1-1 モデルを検討するとき、媒介効果はすべてレベル 2 で生じていると解釈しなくてはならない。繰り返しになるが、レベル 1 の個々の得点が影響を受けないという意味ではなく、レベル 1 の分散が影響を受けていないという意味である。ただし、後半の部分（1-1 の部分）では、レベル 1 の変数同士の関係もあるので、レベル 2 では、 $X - M - Y$ という媒介モデルが、レベル 1 では、 $M - Y$ という部分的な関係が生じていると考えることになる（Figure 3 参照）。同じように、2-2-1 のモデルでも、媒介モデルはレベル 2 でしか生じていない。基本的に、レベル 2 の変数が 1 つでもあるマルチレベル媒介モデルは、媒介効果（間接効果）がすべてレベル 2 で生じていると考えることになる。一方、1-1-1 モデルの場合、すべてがレベル 1 なので、媒介効果はレベル 1 で生じていることになる。しかし、それだけでなく、レベル 1 の変数にはレベル 2 の分散もあるのだから（さっきの例でいうクラス間分散）、レベル 2 でも媒介効果を考えることができる。つまり、1-1-1 のモデルの場合、 $X - M - Y$ という媒介モデルが、レベル 1 とレベル 2 の両方で生じていると考えることができるのである。

3.3 レベル間の効果の交絡の問題と HLM による分析法

この概念的な問題を理解した上で、HLM や ML-SEM の枠組みで、マルチレベル媒介モデルがどのように検討できるかを考えてみよう。ここで大切になってくるのが、レベル 1 の効果とレベル 2 の効果の交絡の問題である。マルチレベル媒介分析が提唱された当初より、たとえば 2-1-1 モデルは HLM の枠組みで次のように検討できるとされていた。まず、独立変数 X_j から従属変数 Y_{ij} の効果は (X はレベル 2 の変数なので、レベル 1 の単位である i の添え字はついていない点に注意)

$$\text{Level 1 : } Y_{ij} = \beta_{0j}^{(1)} + r_{ij}^{(1)} \quad (17)$$

$$\text{Level 2 : } \beta_{0j}^{(1)} = \gamma_{00}^{(1)} + \gamma_{01}^{(1)} X_j + u_{0j}^{(1)} \quad (18)$$

次に、独立変数から媒介変数への効果は

$$\text{Level 1 : } M_{ij} = \beta_{0j}^{(2)} + r_{ij}^{(2)} \quad (19)$$

$$\text{Level 2 : } \beta_{0j}^{(2)} = \gamma_{00}^{(2)} + \gamma_{01}^{(2)} X_j + u_{0j}^{(2)} \quad (20)$$

最後に、結果変数を独立変数と媒介変数で予測する式は

$$\text{Level 1 : } Y_{ij} = \beta_{0j}^{(3)} + \beta_{1j}^{(3)} M_{ij} + r_{ij}^{(3)} \quad (21)$$

$$\text{Level 2 : } \beta_{0j}^{(3)} = \gamma_{00}^{(3)} + \gamma_{01}^{(3)} X_j + u_{0j}^{(3)} \quad (22)$$

$$\beta_{1j}^{(3)} = \gamma_{10}^{(3)}$$

ここで問題になってくるのは式 (21) である。 M_{ij} はレベル 1 で測定された変数であるが、レベル 1 とレベル 2 の分散の両方を持っている。それが混ざった状態である。したがって、その係数である $\gamma_{10}^{(3)}$ は、レベル 1 の効果と、レベル 2 の効果が交絡していることになる。先ほど、レベル 1 の効果とレベル 2 の効果を分けることが大切と言ったにも関わらず、この旧来の方法ではそれが分離できていないのである。

この問題を解決するためには、 M_{ij} をレベル 2 の単位で aggregate した M_j という変数を新たに作成し、モデルに投入する必要がある。こうすることで、はじめてレベル 1 の効果とレベル 2 の効果が分離できることになる。ただし、ここで grand-mean centering を使うと、2 つの効果を完全には分離できないので、group-mean centering を使う必要がある¹²。すなわち、式 (21) と式

¹²センタリングの意味については、Enders and Tofighi (2007) に詳しい。ここで少し解説すると、 Y_{ij} を X_{ij} (これはすでに grand-mean centering 済みとする) とそのレベル 2 での平均値 X_j で予測することを考える。このとき、grand-mean centering をすると、

$$\text{Level 1 : } Y_{ij} = \beta_{0j}^{(a)} + \beta_{1j}^{(a)} X_{ij} + r_{ij}^{(a)} \quad (23)$$

$$\text{Level 2 : } \beta_{0j}^{(a)} = \gamma_{00}^{(a)} + \gamma_{01}^{(a)} X_j + u_{0j}^{(a)} \quad (24)$$

$$\beta_{1j}^{(a)} = \gamma_{10}^{(a)} \quad (25)$$

のようなモデル式になるが、このとき X_j の効果である $\gamma_{01}^{(a)}$ は、“レベル 1 の変数 X_{ij} の効果を統制した上での X_j の効果”と考えることができる。すなわち、レベル 2 の X_j がレベル 1 の X_{ij} の効果を超えて (over and above) 従属変数に与える影響だと解釈することができる。これを contextual effect (文脈効果) や compositional effect と呼ぶことが

(22) を

$$\text{Level 1 : } Y_{ij} = \beta_{0j}^{(4)} + \beta_{1j}^{(4)}(M_{ij} - M_{.j}) + r_{ij}^{(4)} \quad (30)$$

$$\text{Level 2 : } \begin{aligned} \beta_{0j}^{(4)} &= \gamma_{00}^{(4)} + \gamma_{01}^{(4)} X_j + \gamma_{02}^{(4)} M_{.j} + u_{0j}^{(4)} \\ \beta_{1j}^{(4)} &= \gamma_{10}^{(4)} \end{aligned} \quad (31)$$

のようにして検討するとよい。レベル 1 で group-mean centering が、レベル 2 で $M_{.j}$ が導入されている点に注目して欲しい。レベル 1 の変数であっても、レベル 2 の変数を aggregation によって作成し、モデルに投入するのが大きなミソである。そうすることによって、レベル 1 とレベル 2 の効果が分離できるからである。この式で得られた係数をもとに、2-1-1 モデルにおけるパス係数を図示すると、Figure 3 のようになる（図の表現の方法は Preacher et al. (in press) に倣った）。

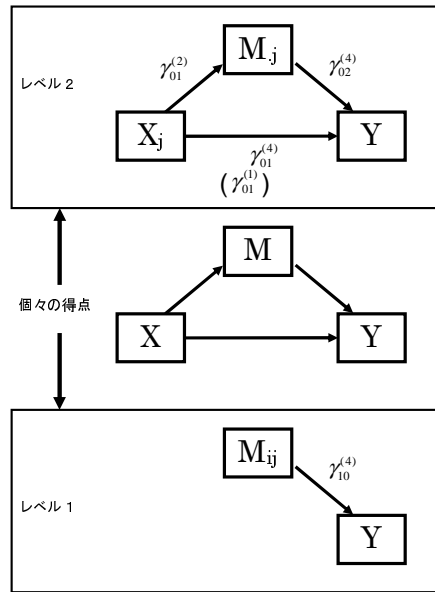


図 3: 2-1-1 Multilevel mediation model の概念図。パス係数は本文中の式に対応。

同じようにして、2-2-1 や 1-1-1 といったモデルを推定することができる。大切なのは、レベル 1 の変数が独立変数のときには、その平均値を求めた変数を新たに作成してやり、モデル式に投入することである（そしてセンタリングは group-mean centering を用いる）。それぞれのマルチレ

ある。一方、group-mean centering をすると、

$$\text{Level 1 : } Y_{ij} = \beta_{0j}^{(b)} + \beta_{1j}^{(b)}(X_{ij} - X_{.j}) + r_{ij}^{(b)} \quad (26)$$

$$\text{Level 2 : } \beta_{0j}^{(b)} = \gamma_{00}^{(b)} + \gamma_{01}^{(b)} X_{.j} + u_{0j}^{(b)} \quad (27)$$

$$\beta_{1j}^{(b)} = \gamma_{10}^{(b)} \quad (28)$$

のようなモデル式になる。ここで重要なのは、このセンタリング操作によって、レベル 2 の効果とレベル 1 の効果は直交される（無相関になる）点である。したがって、2 つの効果を分離したいときには、group-mean centering の方が有効である (Enders & Tofighi, 2007)。このとき、両者は直交されているので、レベル 2 の効果がレベル 1 の効果を上回っているかは、その 2 つの効果の差で定義されることになる。つまり、 $\gamma_{01}^{(b)} - \gamma_{10}^{(b)}$ で contextual effect が定義される。実際、ここで算出された 2 つの contextual effect は数学的に等価、すなわち

$$\gamma_{01}^{(a)} = \gamma_{01}^{(b)} - \gamma_{10}^{(b)} \quad (29)$$

である (Ludtke et al., 2009)。今回のケースでは、レベル 1 とレベル 2 の効果を分離するのが目的なので、group-mean centering をする方がよい。

ベル媒介モデルに関するモデル式の詳細は、Zhang et al. (2009) に載っているのですから参照して欲しい。

3.4 ML-SEM による分析方法

ML-SEM では、最初から観測変数の得点をレベル 1 の分散共分散とレベル 2 の分散共分散に分割して、それぞれのレベルごとにモデルを指定する。HLM を用いた場合、たとえばレベル 1 の変数である X_{ij} があるときには、その平均値 $X_{.j}$ を手動で計算しなくてはならなかったが、ML-SEM の場合、

$$X_{ij} = \mu + u_j + r_{ij} \quad (32)$$

のようにレベル 1 の潜在変数 u_j とレベル 2 の潜在変数 r_{ij} の 2 つに分割をした上でモデルの推定を行う。すなわち、ML-SEM を用いたときには、レベル 1 の変数を用いるとき、レベル 2 の変数を手動で作成する必要がない¹³。したがって、ML-SEM でマルチレベル媒介分析をするのは比較的 straightforward である。また、最初から 2 つのレベルが直交して分離されるので、センタリングの問題を考える必要もない。

ML-SEM は Mplus で実装されているが、マルチレベル媒介モデルを実施するためのスクリプトは Preacher の HP に公開されている¹⁴。基本的に、レベル 2 の変数は between コマンドでレベル 2 の変数であることを明示し、レベル 1 の変数は between/within コマンドでは明示しない（そうすることで、この変数がレベル 1 とレベル 2 の要素に分離される）。飽和モデルであるので、適合度はいつも完全であり、これを参照する意味はない。

3.5 いくつかの注意点

マルチレベル媒介モデルでは、通常の媒介モデルで成り立った、式 (4) が成立しない。なので、この 2 つを同じと考えることはできない。その上で、マルチレベル媒介モデルでは、間接効果を 2 つの回帰係数の積として捉えるが、その検定は、やはり Sobel test などを用いることが考えられる¹⁵。Preacher et al. (in press) は nonparametric bootstrapping を推奨している。なお、parametric bootstrapping はマルチレベルモデルを扱うソフトウェアでは実装していないので（Mplus もマルチレベルモデルには実装していない）、実施するのは現実的に困難である。

また、今までは回帰係数がすべてのレベル 2 のグループに対して等しいという仮定のもと話を進めてきた。しかし、それぞれのパス係数がグループごとに違うと考えることも可能である（これは一種の moderated mediation model でもある）。そうしたランダム係数モデルを取り入れた multilevel mediation model の分析方法はまだ発展途上であるが、Bauer et al. (2006) は、HLM を用いて正確に推定する方法を提案しているので参考にすることができる。

¹³なお、レベル 2 の変数が潜在変数として扱われるということは、信頼性の低さによる効果の希薄化の問題を回避できるということである。そういった意味で、HLM を用いたアプローチより、ML-SEM のアプローチの方が、効果を正確に推定できる (Ludtke et al., 2009)。ただし、socio-economic status (SES) のような変数は、概念的に考えて、aggregation による指標を持ちいた方が、潜在変数を用いたよりも適切だという議論がある。この点に関しては Ludtke et al. (2009)、もしくは Marsh et al. (in press) に詳しいのでそちらを見てほしい。

¹⁴http://www.people.ku.edu/~preacher/syntax_appendix_081009.pdf

¹⁵Mplus では model constraint で定義してやれば、デルタ法を用いるので、自動的に Sobel's test をしたことになる。

4 References

Aroian, L. A. (1944). The probability function of the product of two normally distributed variables. *Annals of Mathematical Statistics*, *18*, 265-271.

Baron, R. M. & Kenny, D. A. (1986). The moderator?mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, *51*, 1173-1182.

Bauer, D. J., Preacher, K. J., & Gil, K. M. (2006). Conceptualizing and testing random indirect effects and moderated mediation in multilevel models: New procedures and recommendations. *Psychological Methods*, *11*, 142-163.

Edwards, J. R., & Lambert, L. S. (2007). Methods for integrating moderation and mediation: A general analytical framework using moderated path analysis. *Psychological Methods*, *12*, 1-22.

Efron, B. & Tibshirani, R. (1993). *An introduction to the bootstrap*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.

Judd, C. M., & Kenny, D. A. (1981). Process analysis: Estimating mediation in treatment evaluations. *Evaluation Review*, *5*, 602-619.

Kenny, D. A., Korchmaros, J. D., & Bolger, N. (2003). Lower level mediation in multilevel models. *Psychological Methods*, *8*, 115-128.

Kreft, I., & De Leeuw, J. (1998). *Introducing multilevel modeling*. London: Sage (小野寺孝義 (編訳) (2006). 基礎から学ぶマルチレベルモデル ナカニシヤ)

Krull, J. L., & MacKinnon, D. P. (1999). Multilevel mediation modeling in group-based intervention studies. *Evaluation Review*, *23*, 418-444.

Krull, J. L., & MacKinnon, D. P. (2001). Multilevel modeling of individual and group level mediated effects. *Multivariate Behavioral Research*, *36*, 249-277.

Ludtke, O., Marsh, H. W., Robitzsch, A., Trautwein, U., Asparouhov, T., & Muthen, B. (2008). The multilevel latent covariate model: A new, more reliable approach to group-level effects in contextual studies. *Psychological Methods*, *13*, 203-229.

MacKinnon, D. P. (2008). *Introduction to statistical mediation analysis*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

MacKinnon, D. P., Fairchild, A. J., & Fritz, M. S. (2007). Mediation analysis. *Annual Review of Psychology*, *58*, 593 -614.

MacKinnon, D. P., Fritz, M. S., Williams, J., & Lockwood, C. M. (2007). Distribution of the product confidence limits for the indirect effect: Program PRODCLIN. *Behavior Research Methods*, *39*, 384 - 389.

MacKinnon, D. P., Lockwood, C. M., Hoffman, J. M., West, S. G., & Sheets, V. (2002). A comparison of methods to test the significance of the mediated effect. *Psychological Methods*, *7*, 83-104.

MacKinnon, D. P., Lockwood, C. M., & Williams, J. (2004). Confidence limits for the indirect effect: Distribution of the product and resampling methods. *Multivariate Behavioral Research*, *39*, 99-128.

MacKinnon, D. P., Warsi, G., & Dwyer, J. H. (1995). A simulation study of mediated effect measures. *Multivariate Behavioral Research*, *30*, 41-62.

Maassen, G. H., & Bakker, A. B. (2001). Suppressor variables in path models: Definitions and interpretations. *Sociological Methods & Research, 30*, 241-270.

Marsh, H. W., Ludtke, O., Robitzsch, A., Trautwein, U., Asparouhov, T., Muthen, B., & Nagengast, B. (in press). Multilevel fully latent-variable models of contextual effects: Integrating multilevel and structural equation approaches with multiple indicators to control.

Muller, D., Judd, C. M., & Yzerbyt, V. Y. (2005). When moderation is mediated and mediation is moderated. *Journal of Personality and Social Psychology, 89*, 852-863.

Preacher, K. J., Zyphur, M. J., & Zhang, Z. (in press). A general multilevel SEM framework for assessing multilevel mediation. *Psychological Methods*.

Sobel, M. E. (1982). Asymptotic confidence intervals for indirect effects in structural equation models. *Sociological Methodology, 13*, 290-312.

Springer, M. D. & Thompson, W. E. (1966). The distribution of products of independent random variables. *SIAM Journal of Applied Mathematics, 14*, 511-526.

Zhang, Z., Zyphur, M. J., & Preacher, K. J. (2009). Testing multilevel mediation using hierarchical linear models: Problems and solutions. *Organizational Research Methods, 12*, 695-719.